Grafisch onderzoek van functies

Machteld VERHENNE

November 2026

Inhoudsopgave

1 Inleiding **2**

2 Lezen van grafieken en tabellen **3**

3 Stijgen en dalen van grafieken **8**

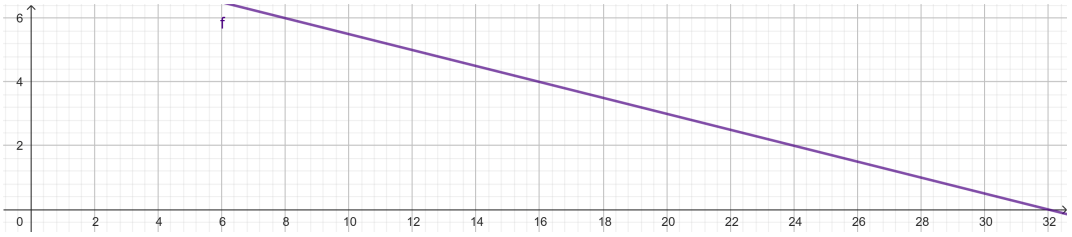
4 Snijpunten van grafieken **15**

5 Herhalingsoefeningen **18**

6 Bronnen **25**

1 Inleiding

1. Anita heeft een kaars gekocht. Als ze deze kaars laat branden verkleint de hoogte van de kaars. De hoogte in cm van de kaars in functie van het aantal uren dat ze aan het branden is staat hieronder in de grafiek.



   a) Wanneer zal de kaars opgebrand zijn?
   b) Hoe hoog was de kaars toen Anita ze kocht?
   c) Hoe hoog was de kaars na 12 uren?

functie en snijpunten met de assen

Een **functie geeft een verband weer** tussen een bepaalde grootheid (oppervlakte, aantal mensen, prijs, afstand . . .) op de verticale as in functie van een andere grootheid op de horizontale as (tijd, aantal, prijs, plaats . . .). Een functie stellen we vaak voor door een **grafiek**.
De horizontale as noemen we ook de x-as, de verticale as de y-as.

Vaak willen we weten wat de ene waarde is als de andere waarde nul is. We zoeken dan naar het punt van de grafiek die de assen snijdt. Het snijpunt met de x-as noemen we ook het nulpunt. De x-waarde die daarmee overeenkomt is een **nulwaarde** van de functie.

2 Lezen van grafieken en tabellen

2. In de tabel vind je de prijzen van een combiticket voor Rock Werchter.
   a) Voor welke jaren is er een prijs bepaald?
   b) Waarom is er geen prijsbepaling voor 2020 en 2021?
   c) Tussen welke bedragen liggen de prijzen?

prijs combiticket Rock Werchter

jaar	prijs
2003	108
2004	112
2005	120
2006	132
2007	160
2008	165
2009	169
2010	180
2011	195
2012	195
2013	200
2014	205
2015	226
2016	236
2017	236
2018	238
2019	243
2020	
2021	
2022	266
2023	292

domein en bereik

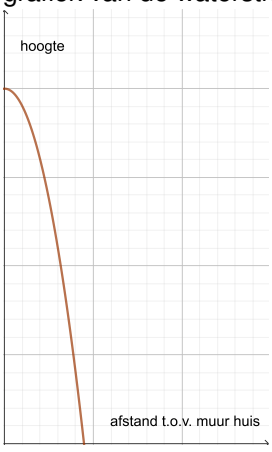
De verzameling van waarden van de horizontale as waarvoor er een overeenkomende waarde op de verticale as bestaat is het **domein** bij de grafiek.
De verzameling van waarden van de verticale as waarvoor er een overeenkomende waarde op de horizontale as bestaat is het **bereik** bij de grafiek.

Bij sommige functies hoort ook een voorschrift. Een voorschrift kunnen we opstellen als we een wetmatigheid tussen de x- en y waarden vaststellen. Soms is het domein of bereik van deze functie niet (volledig) gelijk met het domein of bereik dat in de praktijk geldt.

Voorbeeld

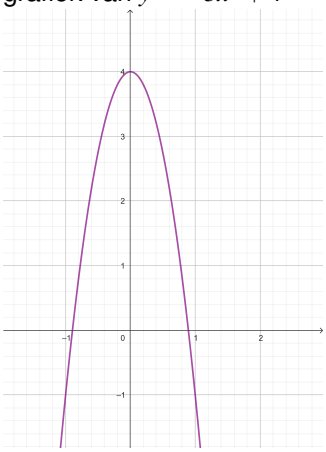
Een huis heeft een plat dak op 4 m hoogte.
Bart wil dit plat dak schoonmaken. Hij is even afgeleide door een bericht op zijn GSM en hij laat de tuinslang op de rand van het dak liggen. De waterstraal heeft de vorm van een parabool en kan benaderd worden door de vergelijking $y = -5x^2 + 4$

grafiek van de waterstraal



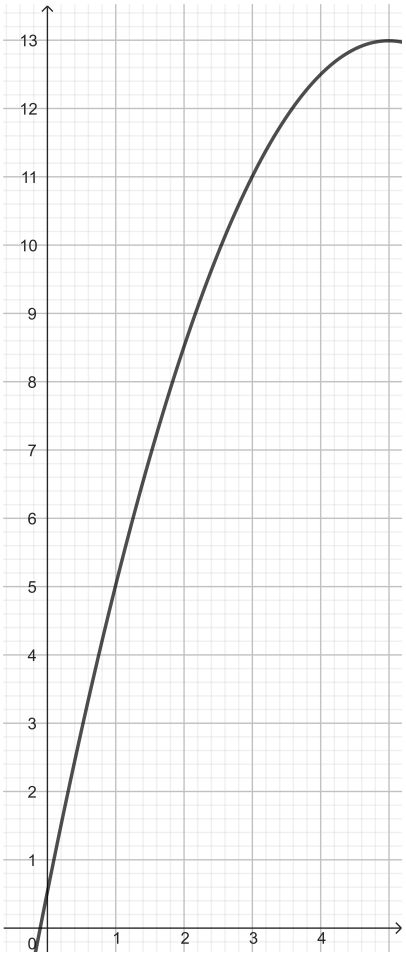
domein: [0;0,9]
bereik: [0,4]

grafiek van $y = -5x^2 + 4$



domein: $\mathbb{R}$
bereik:]-∞,4]
De y-as is de **symmetrie-as** van de grafiek

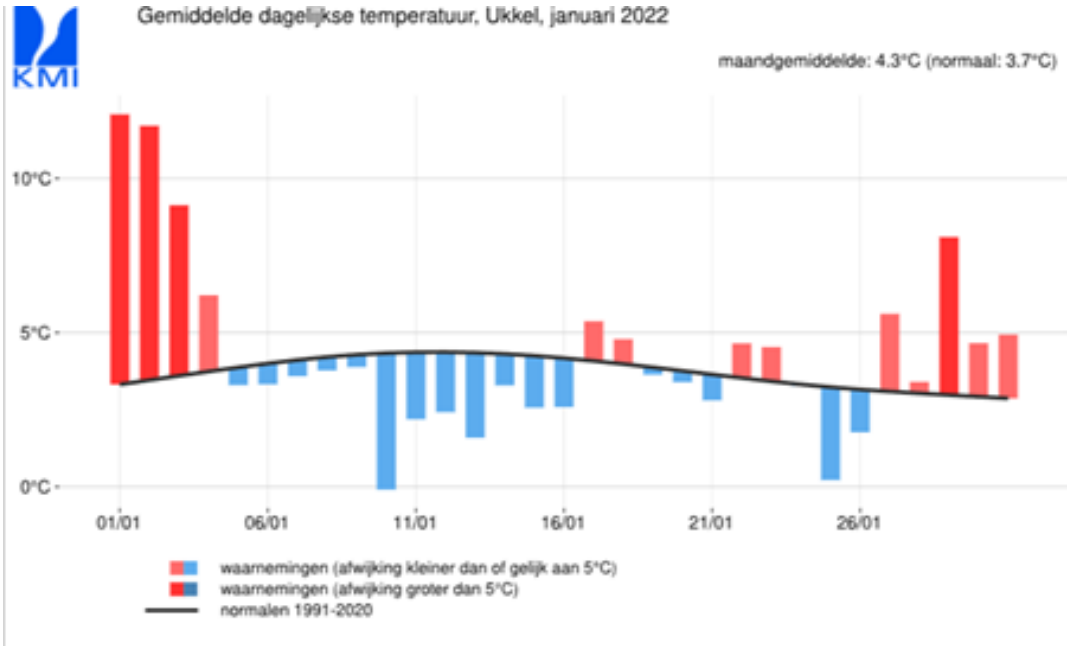
3. Een vuurpijl wordt schuin omhoog geschoten. De hoogte van de pijl h hangt af van de horizontale afstand x t.o.v. het vertrekpunt en wordt weergegeven door de volgende grafiek:



a) De vuurpijl spat uit elkaar op zijn hoogste punt.
Hoever moeten de vuurpijlen weg van de gevels afgeschoten worden als er minstens 1 m afstand tussen ontploffing en gevel moet zijn?

b) Eén op de 100 vuurpijlen ontploft later dan op het hoogste punt. Bevindt een gebouw van 12 m hoog dat op 8 m afstand van het vertrekpunt van de vuurpijl staat zich in de gevarenzone?

4. Het KMI (Koninklijk Meteorologisch Instituut) houdt sinds 1833 de weerswaarnemingen bij. Dit is de grafiek van de temperatuur van januari 2022



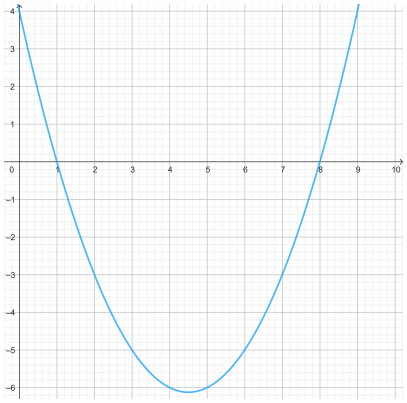
Maak een tabel waarbij je voor de dagen die

- een hogere temperatuur dan de normalen hadden dit met een plusteken aanduidt
- een lagere temperatuur dan de normalen hadden dit met een minteken aanduidt
- een zelfde temperatuur als de normalen hadden dit met een 0 aanduidt

5. Een duiker springt van een rots in het water. Na enkele seconden komt hij terug aan de oppervlakte. De hoogte (of de diepte) van de duiker t.o.v. het wateroppervlak in functie van de tijd t kan gegeven worden door het voorschrift $h(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4,5t + 4$

   a) Op welke hoogte springt de duiker in het water?

   b) De grafiek van h(t) staat hier getekend:



   Wanneer is de duiker net aan het wateroppervlak?

   c) In welke tijdsperiode is de duiker boven water?
   In welke tijdsperiode is de duiker onder water?

   d) Welk domein hoort bij deze beweging van de duiker? En welk bereik?

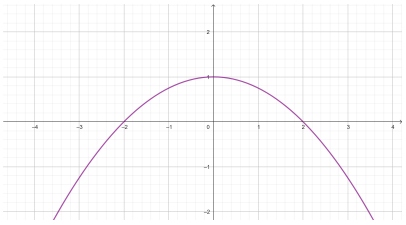
   e) Waar bevindt de duiker zich na 9 seconden?

   f) Wat is de symmetrie-as van de figuur?

Op de grafische voorstelling kunnen we aflezen hoe de grafiek ligt t.o.v. de x-as.
Als de grafiek boven de x-as ligt, dan zijn de functiewaarden positief.
Als de grafiek onder de x-as ligt, dan zijn de functiewaarden negatief.

Voorbeeld

$f(x) = \frac{-1}{4}x^2 + 1$



In een **tekentabel** zien we voor welke x-waarden de functiewaarden nul, groter of kleiner dan nul zijn.
De tekentabel van $f(x) = \frac{-1}{4}x^2 + 1$ is

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-	

$f(x) \geqslant 0$ voor $x \in]-2;2[$
$f(x) \leqslant 0$ voor $x \in]-\infty;-2[\cup [2;+\infty[$

6. a) Schets een grafiek waarvan hier de tekentabel gegeven is:

x	$-\infty$		3		7		$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	-	

b) Schets een grafiek van de functie f met $f(3) = 4$ en met de volgende tabel als tekentabel:

x	$-\infty$		-2		5		6		$+\infty$
$f(x)$		+	0	+	0	-	0	+	

7. Op een cardiogram kan een dokter aflezen hoe het ritme van het hart is. Elk vakje met dikke lijnen stelt 0,25 seconden voor.

periode

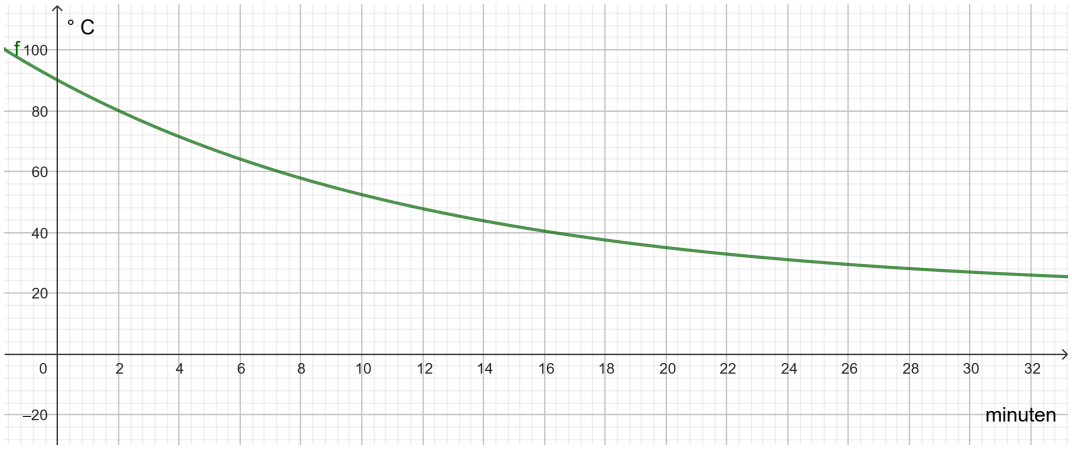
De sterkte van het signaal heeft een **terugkerend patroon**. De tijd dat dit patroon in beslag neemt noemen we de **periode**.

Bepaal de periode bij deze cardiogram.



8. In Aarschot kan je MNM ontvangen via 94,8 Herz.
   Herz is een eenheid voor hoe vaak de radiogolf gedurende 1 seconde wordt uitgezonden.
   Hoe lang is de periode van één MNM radiogolf in Aarschot?

9. Said haalt een hete kom soep uit de microgolfoven. De temperatuur van de kom soep in functie van de tijd (in minuten) staat op de grafiek afgebeeld.



   a) Hoe warm is de kom soep als ze uit de microgolf komt?
   b) Je kan je verbranden aan een vloeistof als deze 60℃ warm is. Vanaf wanneer kan je de soep drinken?
   c) Als de soep heel lang in de kamer blijft staan, hoe warm is ze dan?
   d) Wat is de temperatuur van de kamer?

limietwaarde

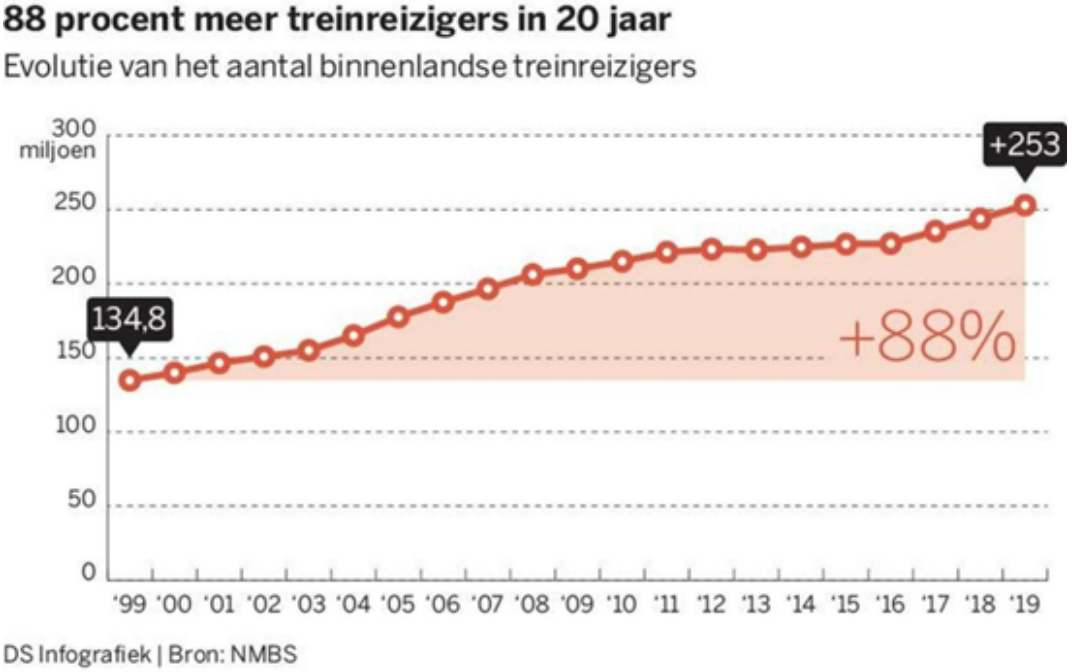
Als x heel groot wordt dan kunnen de y-waarden van een grafiek naar een bepaald vast getal naderen. De **grafiek nadert een horizontale rechte y = a**, zonder ze te snijden[(1)]. We zeggen dan dat de grafiek op (plus) oneindig naar a nadert.

Het is ook mogelijk dat een grafiek voor steeds kleinere waarden van x een vast getal b nadert. De grafiek nadert op min oneindig naar b.
We zeggen ook: de **limietwaarde** is a (of b).

[(1)] We noemen dan y = a ook een asymptoot

3 Stijgen en dalen van grafieken

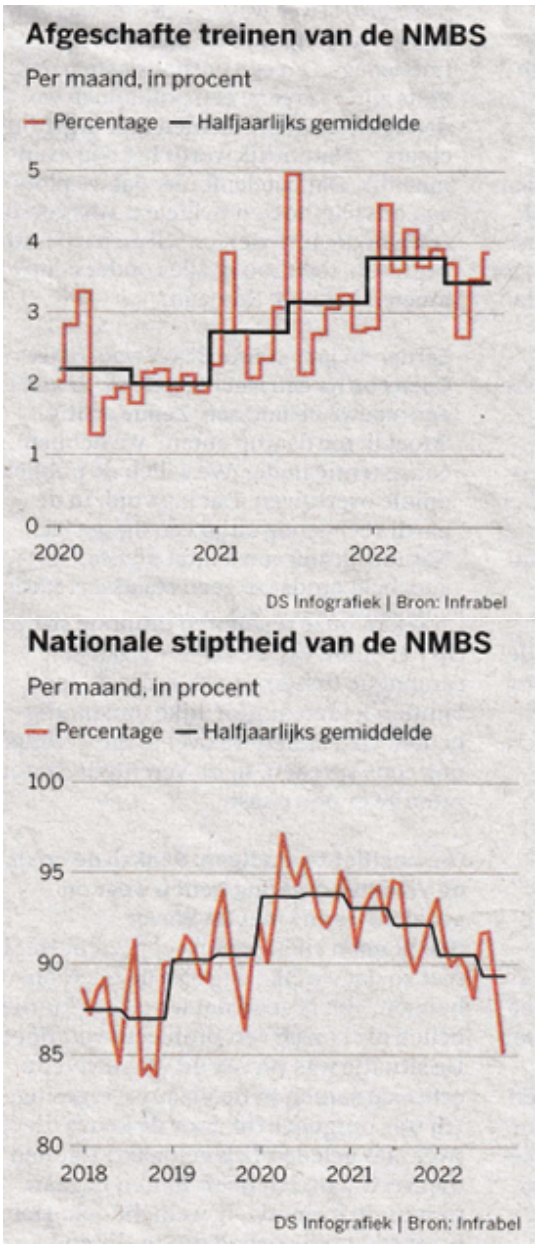
10. Op 15 januari 2020 verscheen in De Standaard dat het aantal reizigers veel sneller groeit dan het treinaanbod. De capaciteit van de treinen werd daardoor nijpend.



a) Leg uit hoe de krant aan een stijging van 88% komt.
b) In welke jaren bleef het aantal reizigers per jaar ongeveer constant?
c) Waarom schrijft de krant een + bij 253 op de grafiek?

11. Op 26 november 2022 verscheen in dezelfde krant de volgende titel en grafieken.

Deze ellende jaagt de pendelaars de auto in



a) Hoelang zijn de stroken van het halfjaarlijks gemiddelde?

b) Hoe liggen de percentages t.o.v. het halfjaarlijks gemiddelde? Waarom zou men werken met een grafiek met de halfjaarlijkse gemiddelden?

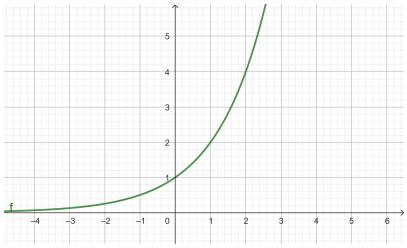
c) Komt de tendens van het aantal afgeschafte treinen overeen met de grafiek van de stiptheid van de NMBS?

d) Wanneer waren het aantal stipte treinen het grootst?

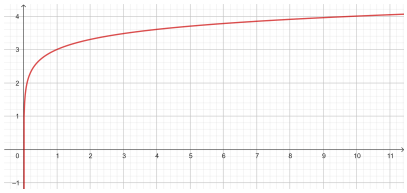
stijgen en dalen

Een grafiek **stijgt** als bij groter wordende x-waarden de y-waarden ook groter worden.
Een grafiek **daalt** als bij groter wordende x-waarden de y-waarden kleiner worden.
Een grafiek blijft **constant** als bij groter wordende x-waarden de y-waarden gelijk blijven.

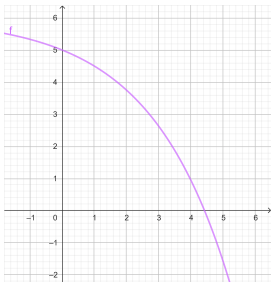
Een grafiek is **toenemend stijgend** als de stijging steeds groter wordt.



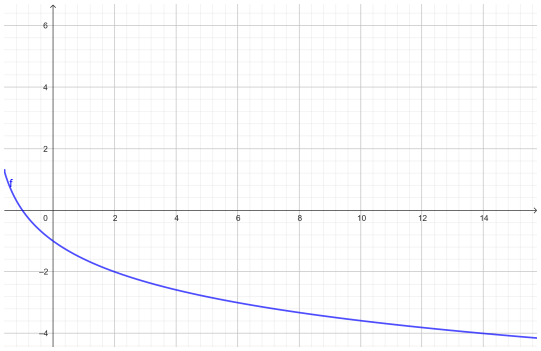
Een grafiek is **afnemend stijgend** als de stijging steeds kleiner wordt of afgeremd wordt.



Een grafiek is **toenemend dalend** als de daling steeds groter wordt.

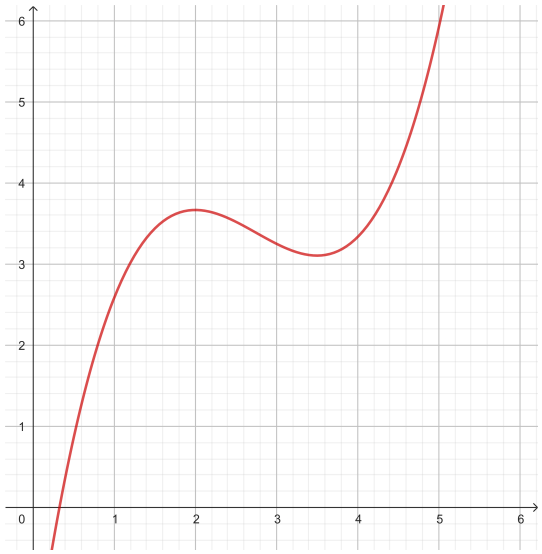


Een grafiek is **afnemend dalend** als de daling steeds kleiner wordt of afgeremd wordt.



Een grafiek bereikt een **maximum** als de grafiek overgaat van stijgen naar dalen.
Een grafiek bereikt een **minimum** als de grafiek overgaat van dalen naar stijgen.

Voorbeeld



De grafiek bereikt een maximum voor x = 2 en een minimum voor x = 3,5.
De grafiek stijgt tot x = 2 en vanaf x = 3,5. De grafiek daalt tussen x = 2 en x = 3,5.

12. Schets een grafiek bij elke situatie.

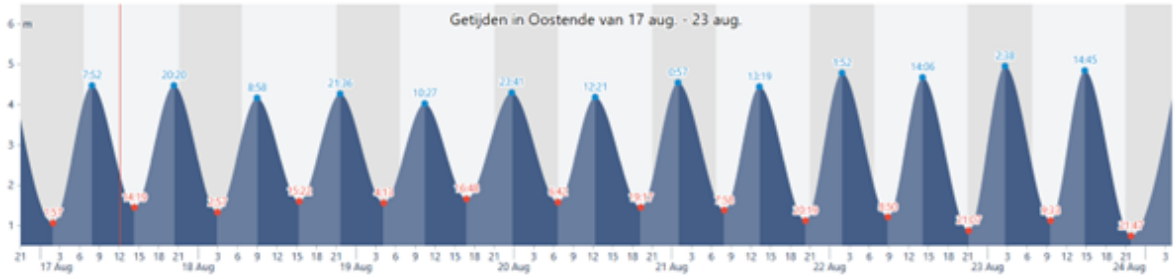
    a) De verkoop van elektrische wagens zit nog steeds in de lift. Maar de groei neemt af.

    b) Het aantal vrouwen dat sterft als gevolg van een zwangerschap of bevalling is wereldwijd afgenomen met 40 procent sinds 2000. Maar de daling vertraagt. Dat de VS hun ontwikkelingssteun afbouwen, baart de Wereldgezondheidsorganisatie zorgen.

    c) In het provinciaal domein leven wilde konijnen. En zij kweken ook als konijnen. Na enkele jaren waarbij de reacties van de bezoekers vooral 'schattig' was, komen de laatste tijd steeds meer klachten over overlast. Het aantal konijnen swingt echt de pan uit.

    d) Een taxibedrijf rekent € 4 instaprecht en € 3 per kilometer.

13. Deze grafiek toont de getijden in Oostende in de derde week van augustus 2025



a) De grafiek heeft bleekblauwe en donderblauwe stroken. Waarmee komen deze stroken overeen?

b) Een schip met een diepe romp moet een viertal dagen in de haven van Oostende liggen. Welke periode is hiervoor het meest geschikt?

c) De windmolens op zee worden in de haven van Oostende gemaakt. De masten en wieken worden vervoerd als het hoogwater het hoogst is en duurt ongeveer twee uren. Op welke dag van deze week en op welk tijdstip vertrekt het schip met deze onderdelen het best?

d) Op de achtergrond van de grafiek zijn er witte en lichtgrijze stroken. Met welke periodes van een dag komen deze overeen?

e) De stranden van Oostende zijn bewaakt door reddersdiensten. Als het veilig is om te zwemmen hangt de groene vlag uit. Als er sterker opkomende vloed en sterker afnemend eb is dan hangt de oranje vlag uit en mogen de mensen niet met drijvend materiaal zoals een luchtmatras op zee. Als er sterke wind of storm voorspeld wordt is het verboden om te zwemmen en hangt de rode vlag uit.
In de periode van 17 augustus tot en met 23 augustus 2025 is het vrij rustig weer en hangt vijf keer de groene vlag en twee keer de oranje vlag uit. Op welke dagen hangt de oranje vlag uit?

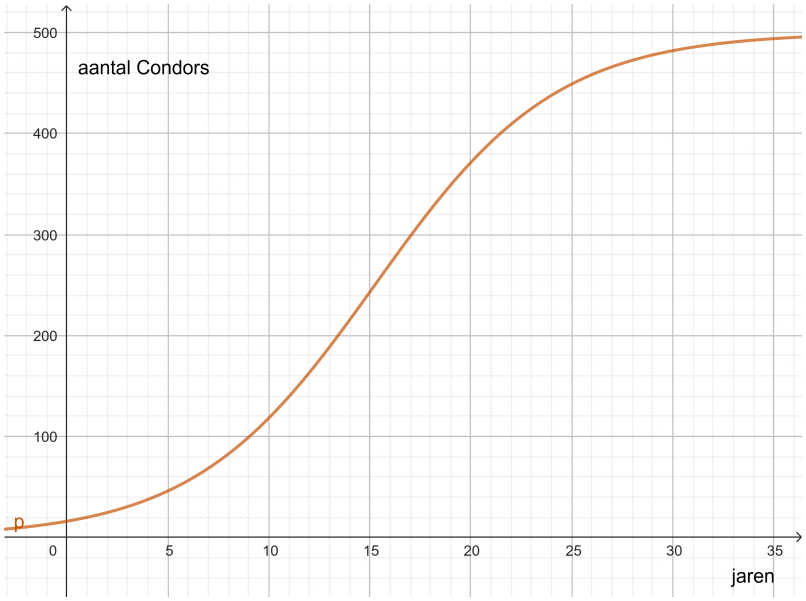
f) Op welke dag tijdens die week zal het water tijdens vloed het dichtst bij de dijk komen?

g) Op welk tijdstip werd deze grafiek geraadpleegd?

14. De Andescondor[(2)] is de nationale vogel van Ecuador, Bolivia, Colombia en Chili. Tijdens de Spaanse overheersing werd veel op deze imposante vogel gejaagd. Nu staat hij op de Rode Lijst van kwetsbare en te beschermen vogels.



In een gebied in de Andes werden op een bepaald moment nog 16 Condors geteld.
Toen dit gebied een natuurreservaat werd, steeg daar het aantal Condors aanzienlijk. Dit is weergegeven in de grafiek. Tijdstip 0 komt overeen met het jaar waarin het natuurreservaat ingevoerd werd.



a) Door de beperkte ruimte en een beperkte hoeveelheid beschikbaar voedsel is er een limiet aan het aantal Condors. Wat is het maximaal aantal Condors dat dit gebeid kan bergen?

buigpunt

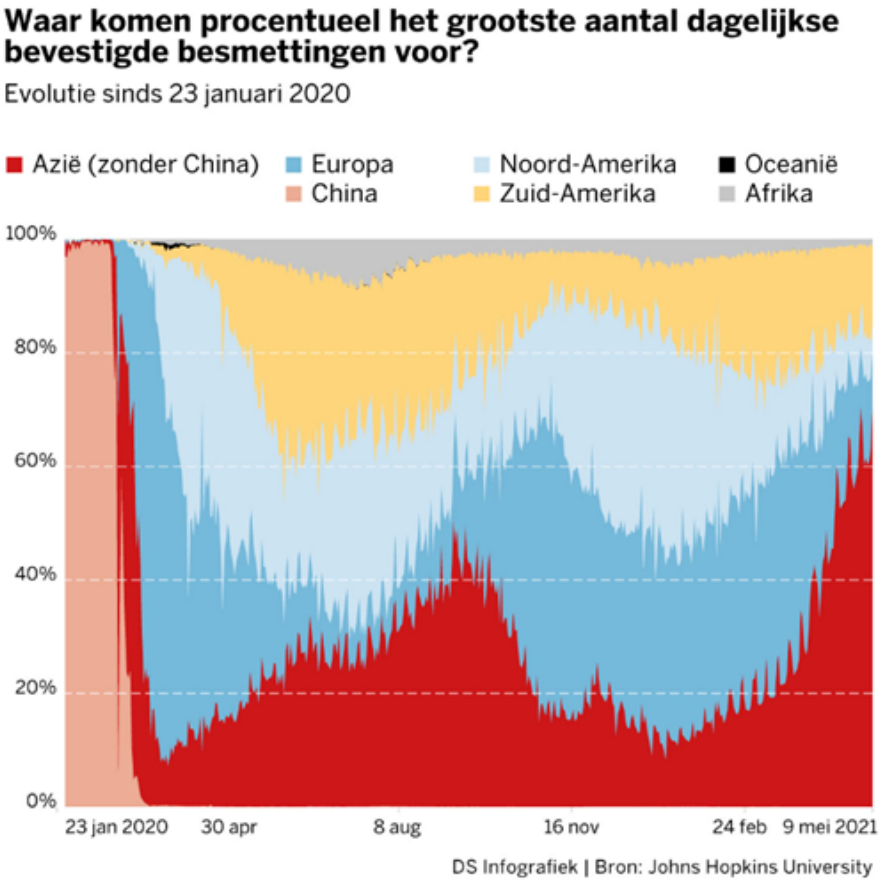
Het punt van de grafiek waarin een toenemende stijging overgaat in een afnemende stijging noemt men een buigpunt. Ook het punt van de grafiek waarin een toenemende daling overgaat in een afnemende daling is een buigpunt.

b) Wat is het buigpunt van deze grafiek?

[(2)] De Andescondor is één van de grootst vliegende vogels van de wereld met een spanwijdte van wel 3,2 m

15. Het coronavirus is van dierlijke oorsprong en is vermoedelijk in 2019 op de mens overgesprongen in China. Vandaar verspreidde het zich snel als een olievlek over de hele wereld. Op 11 mei 2021 verscheen in de krant De Standaard:

Olievlek van covid-besmettingen rond India leidt tot nervositeit.



a) Verklaar de titel van het krantenartikel.

b) In het begin van de epidemie was het overgrote deel van besmettingen te wijten aan China. Vanaf maart 2020 verdwijnt het aandeel van China. Hoe kan je dat verklaren?

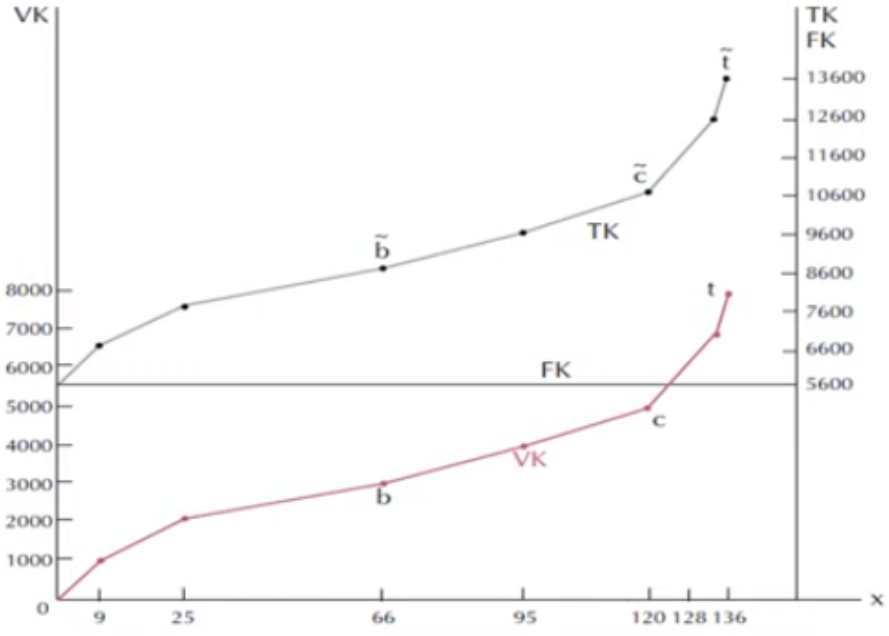
c) Vanaf juli stijgt de scheidingslijn tussen het blauwe en lichtblauwe gebied. Wat betekent dit voor Europa?

d) Eind november is er een piek naar boven in de scheidingslijn tussen het rode en het blauwe gebied. Wat betekent dit voor het aandeel van besmettingen voor Europa?

e) Zoek de bevolkingsaantallen van de verschillende gebieden op. Welk (wereld)deel heeft de COVID periode tot dan het best doorstaan? Welk werelddeel is het zwaarst getroffen?

4 Snijpunten van grafieken

16. De totale kostenfunctie TK is een functie die afhangt van het aantal geproduceerde eenheden x. Vaak hoort hierbij een grafiek zoals deze:



a) Hoeveel bedragen de vaste kosten FK?
b) Wat is het verband tussen de totale kosten, de variabele kosten VK en de vaste kosten?
c) Bij hoeveel geproduceerde stuks zijn de variabele kosten even groot als de vaste kosten?
d) Is er in deze grafiek een buigpunt? Wat betekent dit?
e) Wat is het bereik van de totale kosten?
f) Waarom eindigen de waarden op de rechtse verticale as allemaal op 600?

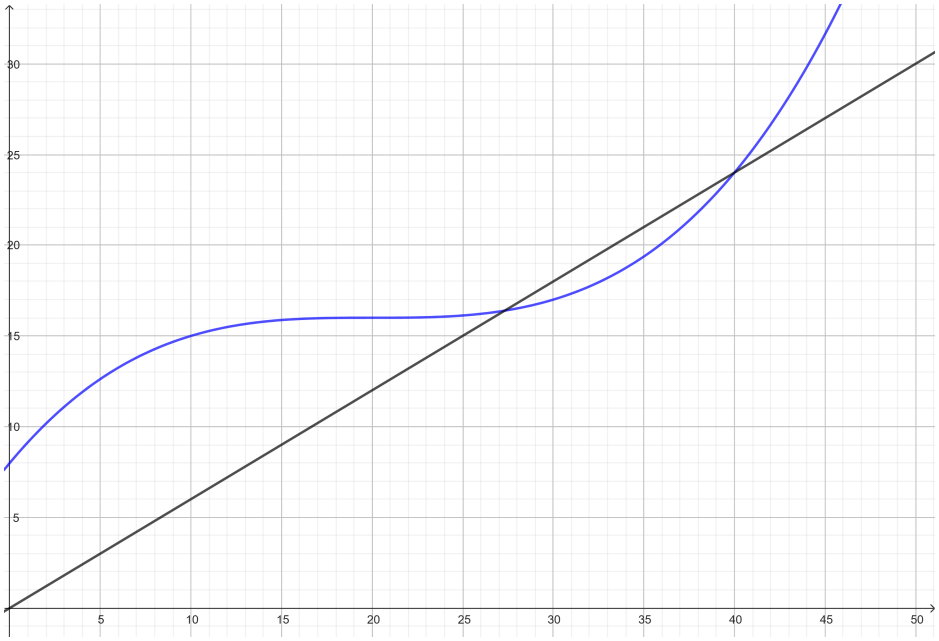
17. Een bedrijf produceert kopspelden. De totale kosten $K(x)$ (per dag) hangt af van het aantal geproduceerde kopspelden x (per 100 stuks):

$$K(x) = \frac{1}{1000}x^3 - \frac{3}{50}x^2 + 1,2\,x + 8$$

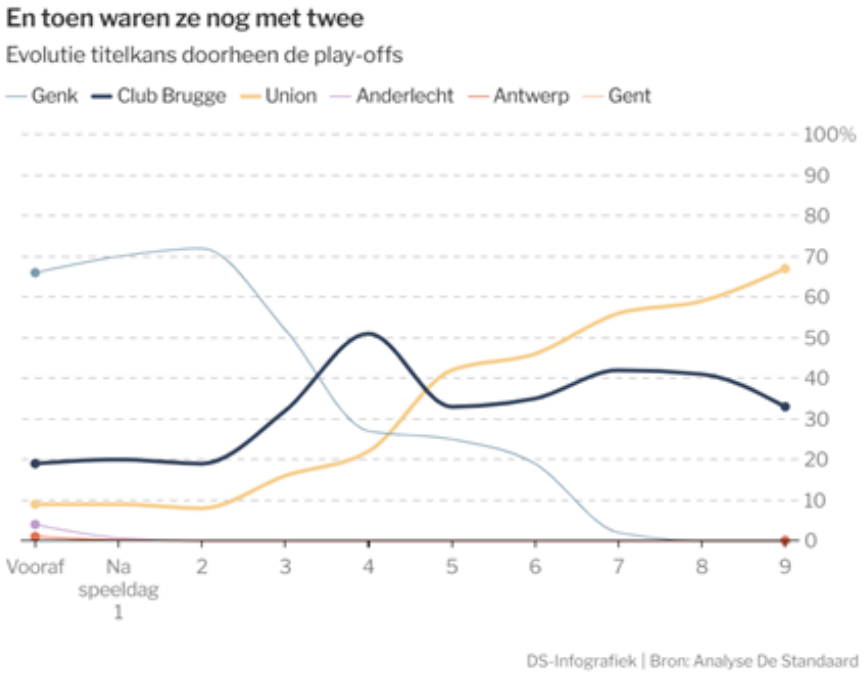
De kopspelden worden aan €0,60 per 100 stuks verkocht. Deze omzet kunnen we uitdrukken als $O(x) = 0,60x$

a) Voor welke hoeveelheid kopspelden is de omzet gelijk aan de kosten (break -even)?

b) Voor welke hoeveelheden kopspelden maakt het bedrijf winst?



18. De kampioen van de voetbalcompetitie in België wordt sinds het seizoen 2009-2010 bepaald door de winnaar van de wedstrijden tussen de zes beste ploegen na de 'reguliere' wedstrijden. Deze periode van 10 wedstrijden wordt de play-offs genoemd. Sinds 2026-2027 zijn deze terug afgeschaft. In het seizoen 2024-2025 zaten de volgende clubs in de titelstrijd: Union, Club Brugge, KRC Genk, Anderlecht, Antwerp en AA Gent. De kansen van de ploegen gedurende de voorbije negen speeldagen werden in een grafiek voorgesteld:



a) Wat is het domein van de titelkansen?

b) Van hoeveel ploegen is de grafiek over de titelkans in de figuur getekend? Leg uit.

c) De kans om kampioen te worden is na de negende speeldag voor Union $\frac{2}{3}$ en voor Club Brugge $\frac{1}{3}$. Leg uit hoe de krant aan deze kansen komt.

De stand één speeldag voor het einde van de competitie is de volgende:

positie	ploeg	punten
1	Union	50
2	Club Brugge	49
3	KRC Genk	41
4	Anderlecht	36
5	Antwerp	31
6	AA Gent	26

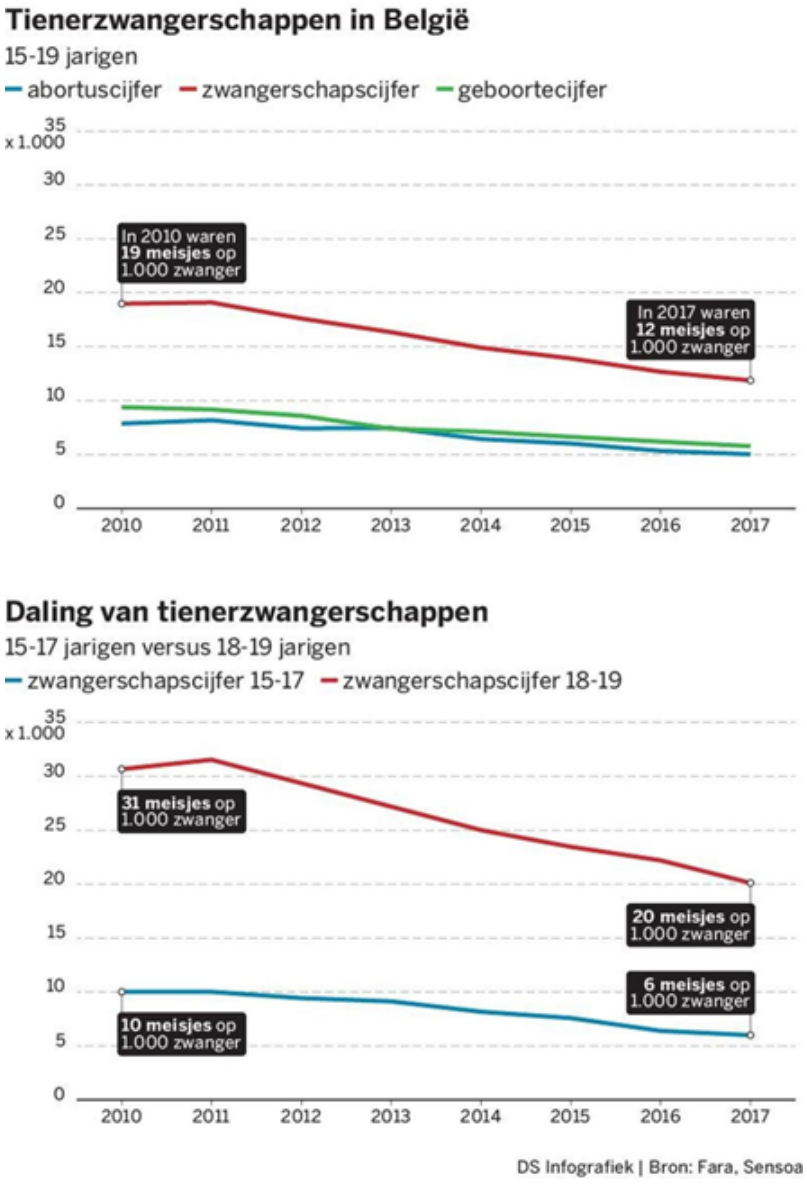
d) Bepaal de titelkansen van elke ploeg vóór de start van de play-offs.

e) Welke ploegen hadden op welke speeldag gelijke kansen om de titel te veroveren?

5 Herhalingsoefeningen

19. In België wordt bijgehouden wat de leeftijd is van de moeder bij haar eerst, tweede ... kind. Op 13 oktober 2020 verscheen de volgende krantenkop in De Standaard.

Tienermeisjes worden minder vaak zwanger



a) In 2011 was het aantal tienerzwangerschappen nog niet gedaald. Welke groep meisjes zorgde daarvoor?

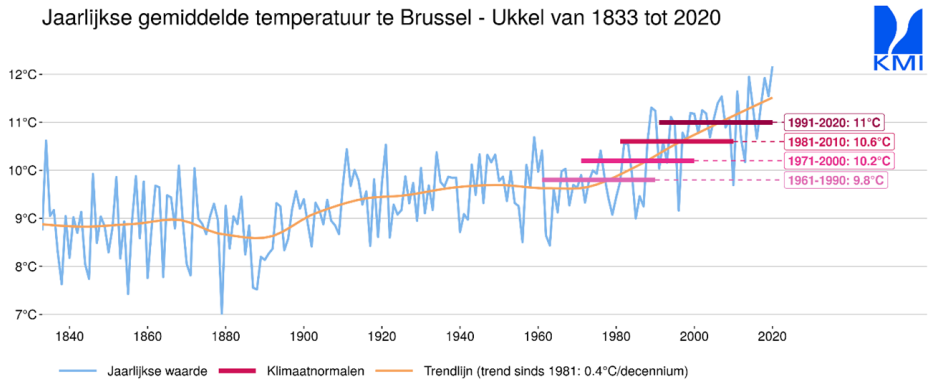
b) Hoeveel tienermoeders tussen 15 en 17 jaar waren er in 2017?

c) Hoeveel meisjes tussen 15 en 17 zitten er op school?
Hoeveel tienermoeders zou je dan mogen verwachten?

d) Als er 31 15-tot 17- jarige meisjes op 1000 zwanger waren en 10 18- tot 19- jarige meisjes op 1000, hoeveel zwangere meisjes op 1000 tussen 15 en 19 jaar mag je dan verwachten? Stemt dit overeen met de grafiek?

e) De krant vermeldde ook: “In 2014 zei 52 procent van de meisjes van 17 en 18 jaar ervaring te hebben met geslachtsgemeenschap, vier jaar later was dat nog 41 procent.”
Kan deze daling ook de daling van het aantal tienerzwangerschappen verklaren?

20. Het KMI neemt dagelijks continu de temperatuur op en berekent het gemiddelde per dag. Deze gegevens zet het instituut uit in onderstaande grafiek.

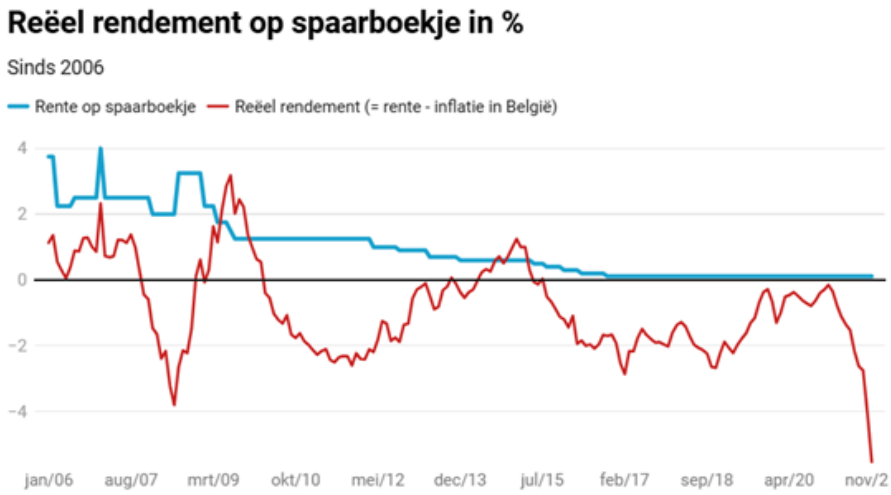


a) Sinds wanneer stijgt de jaarlijks gemiddelde temperatuur? Wat zou de oorzaak zijn?

b) Op het einde van de grafiek staan vier 'klimaatnormalen'. Hoe zijn deze tot stand gekomen? Hoe kan je dat grafisch zien?

21. Als we geld op een spaarboekje zetten, dan geeft de financiële instelling een rente. Het bedrag op het spaarboekje verhoogt op die manier. Anderzijds wordt het leven globaal gezien ook duurder. Voor eenzelfde product moet men na een tijd meer betalen. Dit noemen we de inflatie. Maar als de inflatie hoger is dan de rente, dan verliezen we eigenlijk geld. Op 1 december 2021 blokletterde De Standaard de volgende titel:

Verlies op spaargeld lag nog nooit zo hoog als deze maand



a) Wanneer is op deze grafiek de inflatie hoger dan het rendement op het spaargeld?

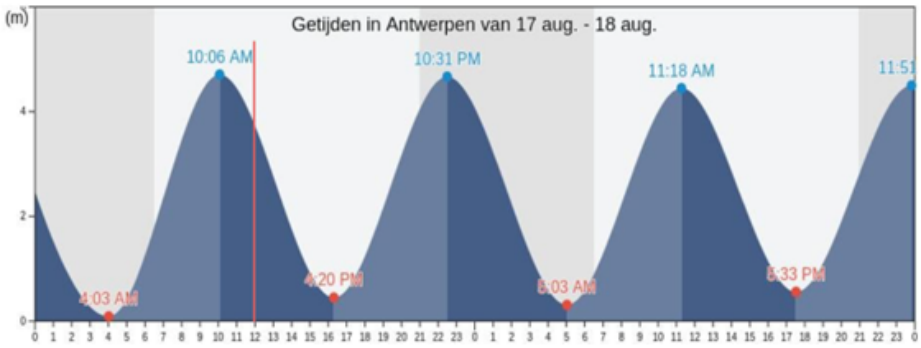
b) In welke periode volgde het reëel rendement de rente op het spaarboekje?

c) Waren er periodes waarbij de inflatie negatief was?

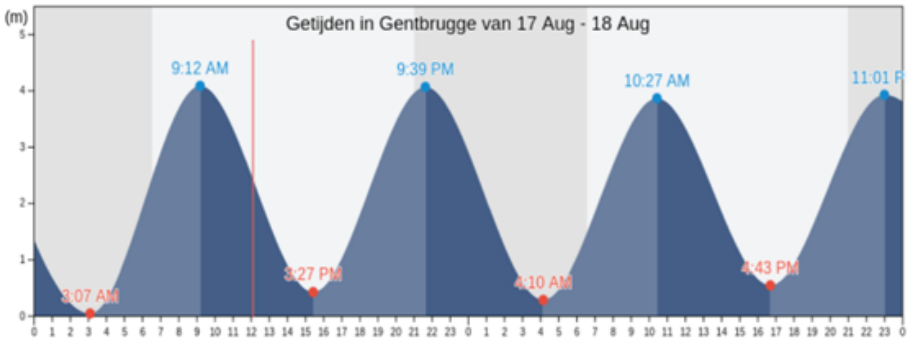
d) Schets een tekentabel van het reëel rendement.

e) Wat betekenen de snijpunten van de blauwe en de rode grafiek?

22. Deze grafiek toon wanneer het hoog- of laagwater is in de haven van Antwerpen.

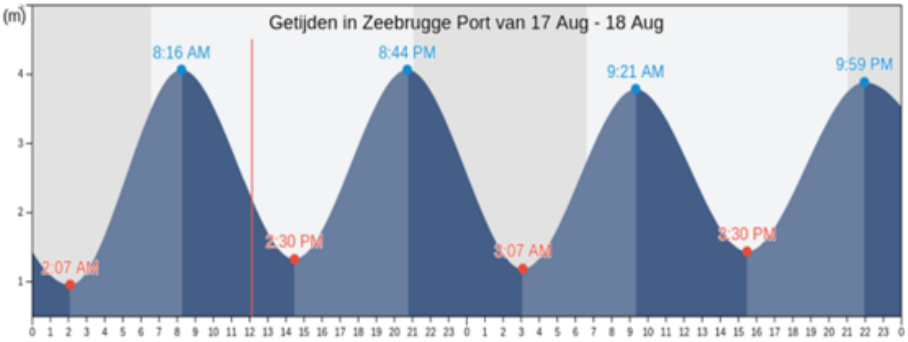


a) Op welk tijdstip werd deze grafiek geraadpleegd?
b) Hoelang duurt één cyclus van hoog- en laagwater ongeveer?
c) Op welk tijdstip in de toekomst zal het laagwater het laagst zijn?
d) Dit is de grafiek van de getijden in Gentbrugge op 17 en 18 augustus.



Komen hoog- en laagwater in Gentbrugge vroeger of later dan in Antwerpen?

e) Dit is de grafiek van de getijden in Zeebrugge op 17-18 augustus.
Komen hoog- en laagwater in Zeebrugge vroeger of later dan in Antwerpen of Gentbrugge?
Kan je dat verklaren?



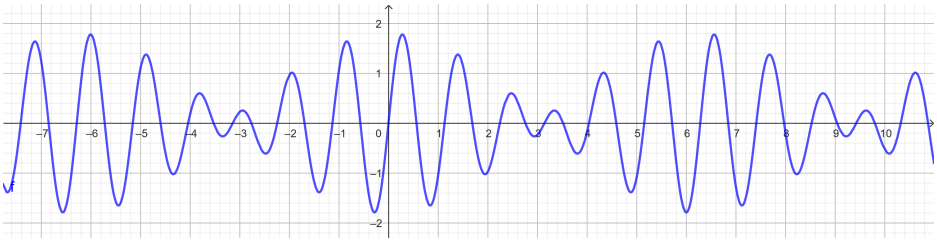
f) In welke haven is het verschil tussen hoog- en laagwater het grootst?

23. Bepaal de periode van de volgende grafieken:

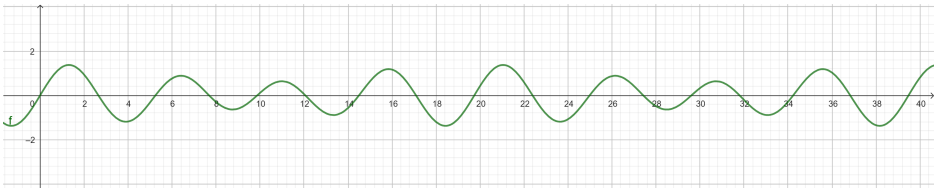
a)



b)

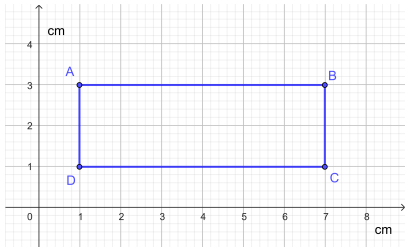


c)



24. Bij het inademen vergroot het volume van de longen, bij het uitademen verkleint dit volume. Een mens die stil zit heeft meestal genoeg aan 7 keer in- en uitademen per minuut. Bepaal de periode van één in- en uitademhaling.

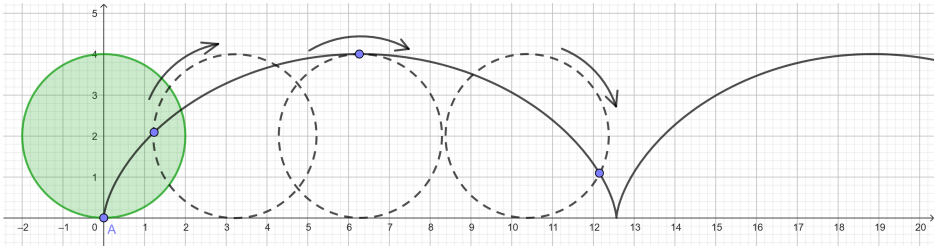
25. Een kever stapt op een rechthoekige kader: van A naar B, dan naar C en dan D. De snelheid van de kever is 1cm/s.



a) Maak een grafiek van de hoogte van de kever in functie van de tijd.

b) Wat is de periode van deze functie?

26. Een wiel rolt over een horizontale weg. Het punt A op het wiel beschrijft een kromme, zoals op de figuur. Deze kromme noemen we een **cycloïde**.



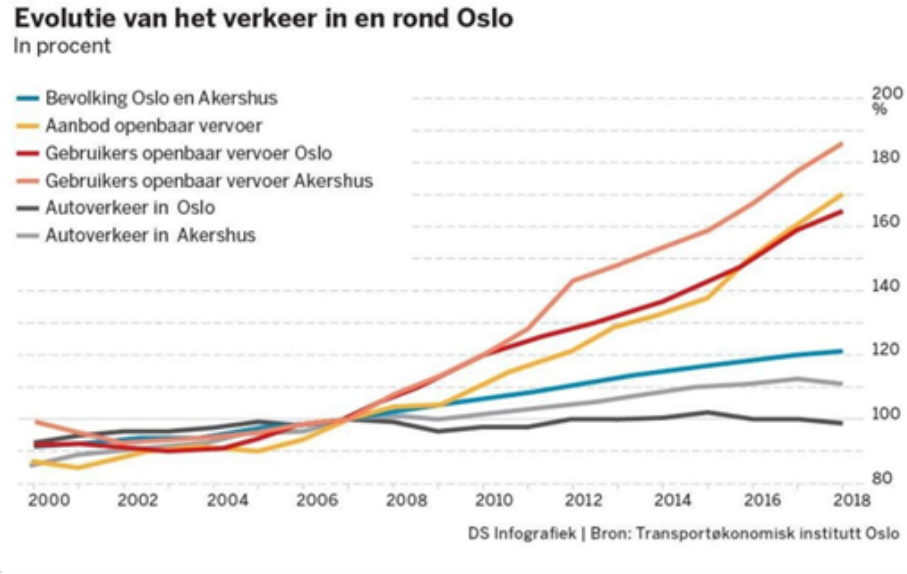
a) Wat is de straal van het wiel?

b) Bepaal de periode van deze cycloïde

27. Enkele jaren geleden nam de Noorse stad Oslo initiatieven om de stad nagenoeg klimaatneutraal te maken. Op 16 oktober 2021 verscheen in De Standaard een artikel over het effect van deze initiatieven.

De dode stad voor auto's is levendiger dan ooit.

De Noorse hoofdstad Oslo wil al over acht jaar nagenoeg klimaatneutraal zijn, als een van de eerste steden ter wereld.



a) Om te kunnen vergelijken werden de verschillende parameters die een rol spelen op een bepaald oment allemaal herleid naar 100%. Wanneer was dit moment?

b) Welk verkeer steeg t.o.v. de bevolkingsgroei?

c) Welk verkeer daalde t.o.v. de bevolkingsgroei?

28. Een bakker moet dagelijks 50 EUR betalen voor de huur van zijn werkplaats en winkel. Een brood kost 0,75 EUR aan ingrediënten.

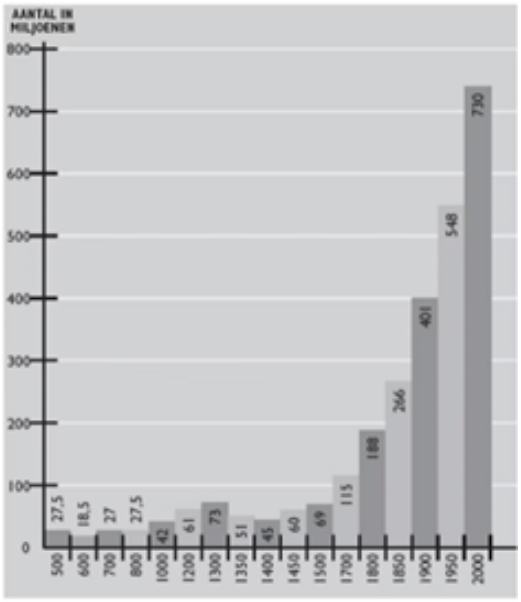
a) Bepaal de totale kost in functie van het aantal broden x.

b) Bepaal de gemiddelde kost.

c) Wat is de gemiddelde kost per brood als de bakker die dag 60 broden bakt?

d) Teken de grafiek van de gemiddelde kost. Voor hoeveel broden is deze prijs 2 EUR?

29. Deze grafiek toont de bevolkingsevolutie in Europa.

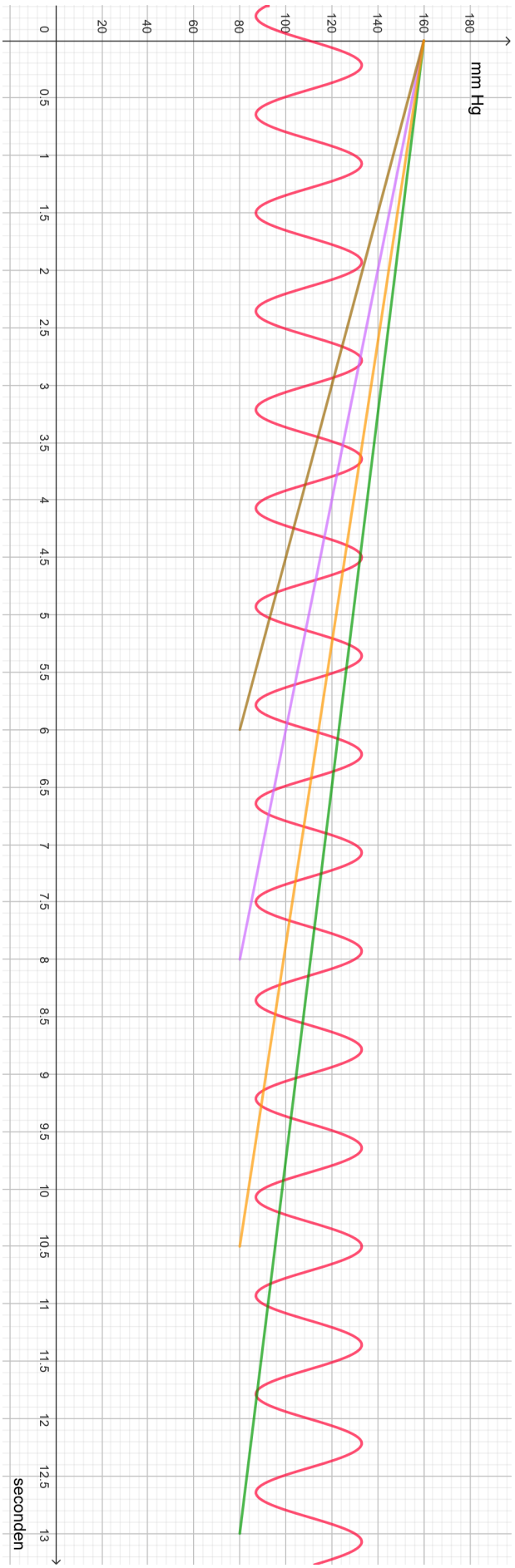


De (vermoedelijke) evolutie van de bevolking in Europa (500-2000)

In de geschiedenis werd één bepaalde eeuw benoemd als 'de verschrikkelijkste eeuw'.
Welke eeuw zou dat zijn? Kan je een verklaring geven?

30. Een verpleger meet de bloeddruk van een patiënt. Hij doet een opblaasbare band om de bovenarm om de slagader af te knellen. Op dat moment stroomt er geen bloed meer door de slagader. De verpleger laat dan de lucht langzaam uit de band. Op een zeker moment hoort hij terug bloedstroming. De druk van de opblaasbare band komt dan overeen met de bovendruk van de slagader. Hij laat dan de druk langzaam zakken: elke seconde neemt de druk met ongeveer 2 mm Hg af. (Hg staat voor kwik)
Als de druk verder afneemt, is er moment waarop de verpleger de bloedstroming niet meer hoort. De druk die hiermee overeenstemt is de onderdruk.

a) Welke van de volgende grafieken geeft de druk in de band rond de bovenarm weer die de verpleger gehanteerd heeft? Waarom?
b) Welke boven- en onderdruk meet deze verpleger?
c) Wat is de hartslag van de patiënt?


mm Hg
seconden
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
8.5
9
9.5
10
10.5
11
11.5
12
12.5
13

6 Bronnen

Artikels uit De Standaard, met toestemming ze te gebruiken voor educatieve doelen

https://nl.tideschart.com/getijdengrafieken

https://www.meteo.be/nl/klimaat/klimaat-van-belgie/klimaatnormalen-te-ukkel/algemeenheden#&gid=1&pid=1

https://www.opzoekplek.be/demografie-in-de-lage-middeleeuwen